

Roll No

BT-2002 (CBGS)

B.Tech., I & II Semester

Examination, May 2019

Choice Based Grading System (CBGS)

Mathematics - II

Time : Three Hours

Maximum Marks : 70

Note: i) Attempt any five questions out of eight.

आठ में से किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिये।

ii) All questions carry equal marks.

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

iii) In case of any doubt or dispute the English version question should be treated as final.

किसी भी प्रकार के संदेह अथवा विवाद की स्थिति में अंग्रेजी भाषा के प्रश्न को अंतिम माना जायेगा।

1. a) Find the rank of matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 5 & 1 \\ 1 & 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$.

आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 5 & 1 \\ 1 & 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$ की जाति ज्ञात कीजिए।

b) Prove that the equations.

$$3x + 3y + 2z = 1$$

$$x + 2y = 4$$

$$10y + 3z = -2$$

$$2x - 3y - z = 5$$

are consistent and hence find the solution.

सिद्ध कीजिये की समीकरण

$$3x + 3y + 2z = 1$$

$$x + 2y = 4$$

$$10y + 3z = -2$$

$$2x - 3y - z = 5$$

संगत है और यदि है तो उनका हल ज्ञात कीजिये।

2. a) Find the Eigen values and corresponding Eigen vectors

of the matrix $A = \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$

आव्यूह $A = \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$ के लिये आइगेन वैल्यू एवं उनसे संबंधित

आइगेन वेक्टर ज्ञात कीजिये।

- b) Verify Cayley-Hamilton theorem of the matrix

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \text{ and find } A^{-1}.$$

आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ के लिये कैली-हेमिल्टन प्रमेय को

सत्यापित कीजिये एवं A^{-1} भी ज्ञात कीजिये।

3. a) Solve $y dx + (1 + x^2) \tan^{-1} x \cdot dy = 0$

हल कीजिये $y dx + (1 + x^2) \tan^{-1} x \cdot dy = 0$

- b) Solve the differential equation

$$x dy - y dx = \sqrt{x^2 + y^2} dx$$

अवकल समीकरण $x dy - y dx = \sqrt{x^2 + y^2} dx$ को हल कीजिये।

4. a) Solve $x dy - y dx = (x^2 + y^2) dx$
हल कीजिये $x dy - y dx = (x^2 + y^2) dx$
- b) Solve the differential equation

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - 5 \frac{dy}{dx} + 6y = e^{4x}$$

अवकलन समीकरण $\frac{d^2 y}{dx^2} - 5 \frac{dy}{dx} + 6y = e^{4x}$ को हल कीजिये।

5. a) Solve $x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} + y = 2 \log x$

हल कीजिये $x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} + y = 2 \log x$

- b) Solve $\frac{dx}{dt} + 2y = e^t$ and $\frac{dy}{dt} - 2x = e^{-t}$

हल कीजिये $\frac{dx}{dt} + 2y = e^t$ एवं $\frac{dy}{dt} - 2x = e^{-t}$

6. a) Solve the following partial differential equation.

$$(mz - ny)p + (nx - lz)q = ly - mx$$

$$\text{where } p \equiv \frac{\partial z}{\partial x}, q \equiv \frac{\partial z}{\partial y}$$

आंशिक अवकलन समीकरण $(mz - ny)p + (nx - lz)q = ly - mx$
को हल कीजिये।

$$\text{जहाँ } p \equiv \frac{\partial z}{\partial x}, q \equiv \frac{\partial z}{\partial y}$$

b) Solve $p^2 x^2 + q^2 y^2 = z^2$, $p \equiv \frac{\partial z}{\partial x}$, $q \equiv \frac{\partial z}{\partial y}$

हल कीजिए $p^2 x^2 + q^2 y^2 = z^2$, $p \equiv \frac{\partial z}{\partial x}$, $q \equiv \frac{\partial z}{\partial y}$

7. a) Solve $\frac{\partial^3 z}{\partial x^3} - 3 \frac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y} + 2 \frac{\partial^3 z}{\partial x \partial y^2} = 0$

हल कीजिये $\frac{\partial^3 z}{\partial x^3} - 3 \frac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y} + 2 \frac{\partial^3 z}{\partial x \partial y^2} = 0$

b) Solve the partial differential equation
 $(D - D' - 1)(D - D' - 3)z = 0$

आंशिक अवकलन समीकरण $(D - D' - 1)(D - D' - 3)z = 0$ को हल कीजिये।

8. a) Use the method of separation of variables to solve the equation

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 2 \frac{\partial u}{\partial t} + 4, \text{ given that } u(x, 0) = 6 \cdot e^{-3x}.$$

समीकरण $\frac{\partial u}{\partial x} = 2 \frac{\partial u}{\partial t} + 4$, दिया हुआ है $u(x, 0) = 6 \cdot e^{-3x}$, को

चरों की पृथक्करण विधि द्वारा ज्ञात कीजिये।

b) Solve $\frac{d^2 y}{dx^2} - \cot x \frac{dy}{dx} - (1 - \cot x) y = e^x \sin x$

हल कीजिए $\frac{d^2 y}{dx^2} - \cot x \frac{dy}{dx} - (1 - \cot x) y = e^x \sin x$
