

Total No. of Questions : 8]

[Total No. of Printed Pages : 4

Roll No

BT-102 (CBGS)

B.Tech., I & II Semester

Examination, May 2019

Choice Based Grading System (CBGS)

Mathematics-I

Time : Three Hours

Maximum Marks : 70

Note: i) Attempt any five questions.

किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिए।

ii) All questions carry equal marks.

सभी प्रश्नों के समान अंक हैं।

iii) In case of any doubt or dispute the English version question should be treated as final.

किसी भी प्रकार के संदेह अथवा विवाद की स्थिति में अंग्रेजी भाषा के प्रश्न को अंतिम माना जायेगा।

1. a) Discuss the maximum and minimum value of

$$u = x^3 y^2 (1 - x - y).$$

$u = x^3 y^2 (1 - x - y)$ के उच्चतम व निम्नतम मानों की विवेचना कीजिए।

b) Expand $\log_e x$ in powers of (xy) and hence evaluate $\log_e(1.1)$ correct to 4 decimal places.

$\log_e x$ का (xy) की घातों में प्रसार कीजिए तथा $\log_e(1.1)$ का मान दशमलव के चार अंकों तक शुद्धतापूर्वक ज्ञात कीजिए।

[2]

2. a) Verify Lagrange's mean value theorem for the function $f(x) = 2x^2 - 7x + 10$ in the interval $[2, 5]$.

अन्तराल $[2, 5]$ में फलन $f(x) = 2x^2 - 7x + 10$ के लिए लैग्रांज के मध्यमान प्रमेय को सत्यापित कीजिए।

- b) If $u = f(y - z, z - x, x - y)$, prove that $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z} = 0$.

यदि $u = f(y - z, z - x, x - y)$ हो तो सिद्ध करो कि

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z} = 0$$

3. a) Evaluate $\int_a^b x^2 dx$ on limit of sums.

$\int_a^b x^2 dx$ का मान ज्ञात योग की सीमा के रूप में कीजिए।

- b) Prove that $\int_0^\infty e^{-x^2} dx = \frac{1}{2}\sqrt{\pi}$

सिद्ध कीजिए कि $\int_0^\infty e^{-x^2} dx = \frac{1}{2}\sqrt{\pi}$

4. a) Evaluate $\int_0^2 \int_0^1 (x^2 + y^2) dx dy$.

$\int_0^2 \int_0^1 (x^2 + y^2) dx dy$ का मान ज्ञात कीजिए।

- b) Evaluate $\int_0^a \int_0^x \int_0^{x+y} e^{x+y+z} dz dy dx$

$\int_0^a \int_0^x \int_0^{x+y} e^{x+y+z} dz dy dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

5. a) Test for convergence of the following series.

निम्न श्रेणी की अभिसारिता का परीक्षण कीजिए।

$$\sum u_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots$$

- b) Express $f(x) = x$ as half range cosine series in $0 < x < 2$.

फलन $f(x) = x$ के लिए अन्तराल $0 < x < 2$ में अर्द्ध अन्तराल कोज्या फुरियर श्रेणी ज्ञात कीजिये।

6. a) Show that the map $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ given by

$$T(x_1, x_2) = (x_1 + x_2, x_1 - x_2, x_2) \text{ is linear}$$

दिखाइए कि प्रतिचित्रण $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ जिसे निम्न प्रकार परिभाषित किया जाता है।

$$T(x_1, x_2) = (x_1 + x_2, x_1 - x_2, x_2)$$

एक रैखिक प्रतिचित्रण है।

- b) Show that the set S of vectors $(1, 0, 0)$, $(1, 1, 0)$ and $(1, 1, 1)$ is linearly independent.

दिखाइए कि सदिशों $(1, 0, 0)$, $(1, 1, 0)$ तथा $(1, 1, 1)$ का समुच्चय S रैखिकतः स्वतंत्र है।

7. a) Find rank of the matrix

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 5 & 1 \\ 1 & 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$$

आव्यूह $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 5 & 1 \\ 1 & 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$ की जाति ज्ञात कीजिए।

b) Solve the system of equations

$$3x + 3y + 2z = 1; x + 2y = 4; 10y + 3z = -2 \text{ and } 2x - 3y - z = 5$$

समीकरण $3x + 3y + 2z = 1; x + 2y = 4; 10y + 3z = -2$ तथा $2x - 3y - z = 5$ को हल कीजिए।

8. a) Find Eigen values of the matrix $\begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$

आव्यूह $\begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$ के आइगन मानों को ज्ञात कीजिए।

b) Verify Cayley-Hamilton's theorem for the matrix

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

आव्यूह $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \end{bmatrix}$ के लिए कैले-हैमिल्टन प्रमेय को सत्यापित

कीजिए।
